X. CALSAMIGLIA

Descentralización, Información y Eficiencia

I. INTRODUCCION

Tras la publicación del artículo seminal de Hurwicz (1960) se inició una nueva línea de investigación –que Reiter (1977) ha llamado la (Nueva)[2] Economía del Bienestar– cuyo objeto no es simplemente comparar *estados* alternativos de la economía, sino analizar y evaluar el funcionamiento de distintos sistemas de organización económica. Los aspectos informacionales de los mecanismos a través de los cuales puede resolverse el problema de la asignación óptima de los recursos económicos han sido objeto de una atención especial. En particular, se ha estudiado la información que debe fluir entre los agentes económicos para que la descentralización sea compatible con la eficiencia global del sistema.

En el presente trabajo no pretendemos realizar un estudio exhaustivo de la ya abundante literatura sobre el tema. El lector interesado puede consultar los excelentes trabajos de Hurwicz (1973) y Reiter (1977). Nuestro objetivo es simplemente describir en términos sencillos el marco conceptual básico, la naturaleza de algunos de los problemas básicos planteados y algunos de los resultado más significativos. Con objeto de facilitar la comprensión de conceptos a menudo muy abstractos nos referiremos constantemente a una economía muy sencilla con dos agentes, un solo factor escaso y un solo producto. Nos concentraremos en una serie de resultados de carácter estático en torno a la relación que existe entre los requerimientos informacionales de los mecanismos, su eficiencia y la amplitud de la clase de economías en las que pueden funcionar correctamente. El lector debe tener presente que la introducción de exigencias adicionales tales como las propiedades dinámicas de convergencia de los procesos de ajuste y la compatibilidad con los incentivos aumentará inevitablemente los requerimientos informacionales de los mecanismos.

II. EL CONCEPTO DE ECONOMIA Y EL PROBLEMA DE LA ASIGNACION OPTIMA DE LOS RECURSOS.

Sea $T = \{1,2,..., n\}$ un segmento inicial del conjunto de los numeros naturales que representa el conjunto de agentes económicos. Cada agente viene caracterizado por una dotación inicial de recursos $w^i \in R^r$, una relación de preferencias $\gtrsim_i$ definida en R^r y un conjunto de producción $Y^i \subseteq R^r$[1]. La *característica* del i-ésimo agente se define entonces como la terna $e^i = (w^i, \gtrsim_i, Y^i)$. Si alguno de los componentes de la terna permanece fijo, basta con precisar los elementos restantes para identificar la característica. Así, por ejemplo, en una economía de puro intercambio la característica del i-ésimo agente viene dada por $e^i = (w^i, \gtrsim_i)$ puesto que el conjunto de producción puede considerarse fijo e igual al origen, $Y^i = \{0\}$. Denotaremos por E^i al conjunto de todas las características posibles del i-ésimo agente. Supondremos que una *economía* puede definirse como la énupla de las características de los agentes, $e = (e^1, e^2, ..., e^n)$. La *clase de economías* posibles será el producto cartesiano de los conjuntos de características posibles de los agentes, $E = E^1 x E^2 x ... x E^n$. Sea A el conjunto de todas las asignaciones de recursos. Cada elemento $a \in A$ constituye pues una descripción completa de los movimientos y transformaciones de todos los bienes y servicios.

Dada una economía $e \in E$, denotaremos por $\Gamma: E \to A$ a la correspondencia que asigna a cada economía el conjunto de asignaciones de recursos que son factibles dada la tecnología y los recursos existentes, $\Gamma(e) \subseteq A$. Se dice que una asignación es *eficiente en el sentido de Koopmans* si es factible y no existe ninguna otra asignación factible que proporcione una cantidad neta mayor de por lo menos un bien o servicio sin reducir las de los demás. Sea $\Theta: E \to A$, la correspondencia que asigna a cada economía el conjunto de asignaciones eficientes, $\Theta(e) \subseteq A$. Una asignación es óptima en el sentido de Pareto si es factible y no existe ninguna otra asignación factible que mejore la situación de por lo menos un individuo sin empeorar la de los demás. Sea $\Xi: E \to A$, la correspondencia que asigna a cada economía el conjunto de asignaciones óptimas en el sentido de Pareto. Bajo las hipótesis usuales de insaciabilidad se cumple $\Xi(e) \subseteq \Theta(e) \subseteq \Gamma(e)$, es decir, la factibilidad y la eficiencia son condiciones necesarias, aunque no suficientes para la optimalidad paretiana. Es importante subrayar que las nociones de factibilidad, eficiencia y óptimo de Pareto son independientes del esquema organizativo y del marco institucional de la economía.

En una primera aproximación, un mecanismo de asignación de recursos puede visualizarse como una función de elección social $\rho: E \to A$, que indica la asignación de recursos que corresponde a cada economía. El requisito mínimo que debe exigirse es el de factibilidad: la función de elección social debe conducir a asignaciones factibles, es decir, para todo $e \in E$ $\rho(e) \in \Gamma(e)$. En general, cuando se habla de la

1. Denotaremos por R^r al espacio euclídeo de r dimensiones.

asignación óptima de los recursos se hace referencia a criterios de eficiencia (paretiana o en el sentido de Koopmans) más ambiciosos. Con objeto de eludir las conocidas dificultades que aparecen en la teoría de la elección social, limitaremos nuestras exigencias sobre los mecanismos a los criterios de eficiencia expuestos.

Consideremos ahora una economía muy sencilla en la que existen dos empresas, $\Upsilon = \{1,2\}$, que producen trigo, y_i, utilizando trabajo, x_i. Cada empresa se caracteriza por una función de producción, $y_i = \Psi_i (x_i)$. Supondremos que la economía dispone de una unidad de trabajo y el problema económico consiste en distribuirlo entre las dos empresas de tal forma que se maximice la cantidad total del trigo producida. Formalmente el problema es:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } \Psi_1 (x_1) + \Psi_2 (x_2) \\ &\text{sometido a } x_1 + x_2 = 1. \end{aligned}$$

Con objeto de simplificar el problema y para facilitar la representación gráfica, definamos la variable s, $0 \leqslant s \leqslant 1$, de tal forma que $s = x_1$ y $x_2 = 1 - s$. Las asignaciones de trabajo a ambas empresas pueden representarse pues mediante una sola variable, s, que pertenece al intervalo compacto $I = [0,1]$. Las funciones de producción pueden reescribirse entonces en función de s únicamente.

$$\begin{aligned} e_1 (s) &= \Psi_1 (s) \\ e_2 (s) &= \Psi_2 (1 - s) \end{aligned}$$

Supongamos, por ejemplo, que la primera empresa tiene una función de producción $\Psi_1 (x_1) = 2x_1$, representada en la figura 1, y que la empresa 2 tiene la función de producción $\Psi_2 (x_2) = 2\sqrt{x_2}$, representada en la figura 2. En la figura 3 se representan las funciones $\bar{e}_1 (s) = 2s$, $\bar{e}_2 (s) = 2\sqrt{1-s}$ y la función de output total $\bar{o} (s) = \bar{e}_1 (s) + \bar{e}_2 (s)$.

La función e_i es la *característica* del i-ésimo agente. Naturalmente, no toda función es admisible como función de producción: en general se requiere que sea dos veces continuamente diferenciable, creciente, positiva y que su valor en el punto cero sea cero (imposibilidad de obtener outputs sin inputs). Por tanto, la clase E^1 de todas las características posibles de la primera empresa será el conjunto:

$$E^1 = \{e_1 \in C^2 (I) : e_1 (0) = 0, e_1' > 0, e_1 \geqslant 0\}$$

donde $C^2 (I)$ es el conjunto de todas las funciones reales dos veces continuamente diferenciables definidas en el intervalo compacto I, y e_i' denota la primera derivada de e_i. Análogamente, teniendo en cuenta que $e_2 (s) = \Psi_2 (1-s)$, la clase de todas las características posibles de la empresa 2 será

$$E^2 = \{e_2 \in C^2 (I) : e_2 (1) = 0, e_2' < 0, e_2 \geqslant 0\}.$$

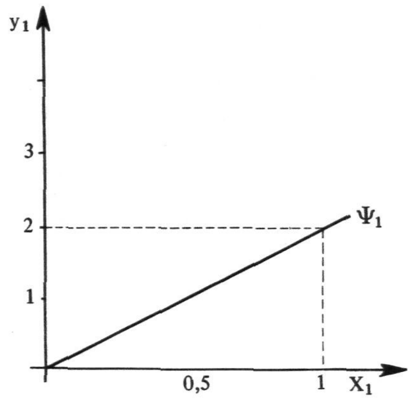

FIGURA 1

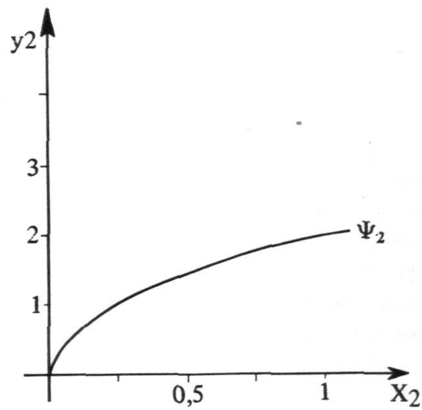

FIGURA 2

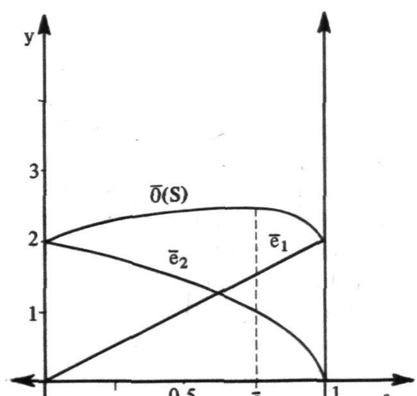

FIGURA 3

La clase de economías posibles, E, será el conjunto de todos los pares ordenados de características posibles de los agentes, $E = E^1 \times E^2$. Dado un par de funciones de producción (o de características de los agentes) es posible determinar cual es el óptimo. En el ejemplo numérico anterior, en el que la economía venía dada por el par de características $\bar{e} = (\bar{e}_1, \bar{e}_2)$, la asignación de trabajo que maximiza el output total de trigo es la que corresponde al valor $\bar{s} = 3/4$. Por tanto podemos escribir $\Theta(\bar{e}_1, \bar{e}_2) = 3/4$. Naturalmente, si cambiamos una de las funciones de producción el óptimo será distinto. En general, la correspondencia de óptimos $\Theta : E \rightarrow I$ será

$$\Theta(e_1, e_2) = \left\{ \bar{s} \in I : e_1(\bar{s}) + e_2(\bar{s}) \geqslant e_1(s) + e_2(s), \forall s \in I \right\}$$

El problema de la asignación óptima de los recursos consiste simplemente en maximizar la función $o(s) = e_1(s) + e_2(s)$.

III. MECANISMOS INFORMACIONALMENTE DESCENTRALIZADOS

Planteado en estos términos, el problema de la asignación óptima de los recursos puede considerarse como un problema de programación matemática en el que se trata de maximizar una función objetivo. Sin embargo, para diseñar un mecanismo de asignación de recursos no basta con indicar un método de resolución para un problema de optimización. Ello se debe, entre otras razones, a que la información acerca de los datos del problema está dispersa entre los distintos agentes de la economía. En palabras de Hayek (1945): "Las distintas formas en las que el conocimiento en el cual los agentes basan sus planes les es comunicado es el problema crucial de toda teoría que pretenda explicar el proceso económico y el problema del cuál sea la mejor manera de utilizar los conocimientos inicialmente dispersos entre todos los individuos es, por lo menos, una de las cuestiones fundamentales a tener en cuenta... a la hora de diseñar un sistema económico eficiente".

Con objeto de incorporar estas consideraciones en el concepto de mecanismo de asignación de recursos, descompondremos el proceso de elección social en dos fases. Durante la primera fase tiene lugar la comunicación entre los agentes. Esta comunicación adopta la forma de un intercambio de mensajes que se visualiza como un proceso iterativo que genera mensajes de equilibrio. En la segunda gase se decide la asignación de recursos con base en la información contenida en el mensaje de equilibrio.

Se supone que cada agente conoce su propia característica, e_i, y desconoce las de los demás *(dispersión de la información)*. Cada individuo emite *mensajes*, m_i, que son elementos de un cierto conjunto de señales, L_i, al que llamaremos *lenguaje*. Denotaremos por $m_i(t)$ al mensaje emitido por el i-ésimo agente en el momento t. Sea $m(t) = [m_1(t), m_2(t)..., m_n(t)]$ el vector formado por los mensajes emitidos por los n agentes en el momento t. El vector m (t) pertenece al conjunto $M = L_1 \times$

$L_2 \times \ldots \times L_n$, producto cartesiano de los lenguajes de los n agentes, que recibe el nombre de *espacio de mensajes*. Los mensajes emitidos por los agentes dependen de la información de la que disponen. En virtud del supuesto de dispersión de la información, el mensaje emitido por el i-ésimo agente en el momento t + 1 depende de los mensajes recibidos y de su propia característica:

$$m_i (t+1) = f_i [m (t); e_i] \quad i \in \Upsilon$$

Las funciones f_i reciben el nombre de *funciones de respuesta*[2]. Estas definen un sistema de ecuaciones en direrencias que describen el proceso iterativo de intercambio de mensajes[3]. Diremos que el mensaje $\bar{m} \in M$ es un *mensaje de equilibrio* para la economía e si es un punto estacionario del sistema de ecuaciones en diferencias, es decir, si

$$\bar{m}_i = f_i \; (\bar{m}; e_i) \text{ para todo } i \in \Upsilon$$

Si denotamos por f a la énupla de las n funciones de respuesta, $f = (f_1, f_2 \ldots f_n)$, las igualdades anteriores pueden expresarse de manera más compacta:

$$\bar{m} = f (\bar{m} \; ; e)$$

La *función resultados* $h:M \rightarrow A$ traduce el mensaje de equilibrio en la asignación de recursos elegida. Se define un *mecanismo* de asignación de recursos como la terna formada por el espacio de mensajes, las funciones de respuesta y la función de resultados : $\Pi = (M, f, h)$. Se dice que un mecanismo Π es *decisivo* para la clase de economías E si existe un mensaje de equilibrio para cada economía, es decir, $\forall e \in E, \exists m \in M, f (m;e) = m$. Se dice que un mecanismo es *eficiente* para la clase de economías E si conduce a asignaciones óptimas, es decir, $\forall e \in E \; [f (\bar{m};e) = \bar{m} \Rightarrow h (\bar{m}) \in \Theta (e)]$.

Desde esta perspectiva, el problema de la asignación óptima de los recursos consiste en diseñar un mecanismo $\Pi = (M, f, h)$ que sea decisivo y eficiente para una cierta clase de economías. En principio, nada de lo dicho hasta ahora impide la utilización de mensajes tan complejos y detallados que permitan la descripción completa de las características de los agentes. Así, por ejemplo, podríamos hacer coincidir el lenguaje de cada agente con el espacio de sus características, $L_i = E^i$ y hacer que el mensaje inicial fuese $m_i (O) = e_i$. En este caso, todos los agentes de la economía llegarían a tener un conocimiento completo de la economía y cualquiera de ellos

2. Hurwicz ha denominado *privacy preserving* a los mecanismos que utilizan funciones de respuesta como las definidas aquí, en las que la respuesta del i-ésimo agente es independiente de las características de los demás agentes.

3. Hemos postulado que las respuestas de los individuos en el momento t + 1 dependen únicamente de los mensajes recibidos en el momento t. Esta formulación puede adaptarse sin modificaciones sustanciales al caso en que los agentes tienen memoria y recuerdan los mensajes de etapas anteriores, siempre que esta memoria sea finita.

podría resolver el problema de optimización relevante directamente. Sin embargo, un mecanismo de tal naturaleza no sería factible o sería muy costoso debido a las *limitaciones de la comunicación*. Esta idea se formaliza mediante restricciones sobre la dimensión del espacio de mensajes[4]. Estas restricciones implican una *descentralización informacional*, pues ninguno de los agentes puede llegar a tener un conocimiento completo de la economía.

La cuestión crucial es entonces saber hasta que punto es compatible la descentralización con el objetivo de eficiencia. En particular, dada una clase de economías E, ¿cuál es la dimensión mínima del espacio de mensajes que garantiza la eficiencia del mecanismo?. Como veremos, la respuesta depende de la amplitud de la clase de economías considerada.

IV. EL MECANISMO COMPETITIVO

Para dotar de contenido a los conceptos abstractos descritos, vamos a analizar el mecanismo competitivo y a comprobar cómo, en la clase de economías clásicas, consigue reducir la información necesaria para alcanzar asignaciones óptimas utilizando precios y cantidades demandadas como mensaje. Consideremos el ejemplo de la economía productiva presentado en la sección 2 e introduzcamos un tercer agente –el centro de planificación– que jugará el papel del substador en el proceso de tanteo walrasiano.

Supongamos que la información de la que disponen los agentes es la siguiente: el centro de planificación sabe a priori que la economía e pertenece a la clase de economías clásicas con funciones de producción estrictamente cóncavas (rendimientos a escala decrecientes). La clase de economías posibles es pues $E_c = E_c^1$ x E_c^2 , donde.

$$E_c^i = \{e_i \in E^i : e_i'' < 0\} \qquad (1)$$

En este caso, la función de output total, $o(s) = e_1(s) + e_2(s)$, representada en la figura 4, es también estrictamente cóncava puesto que $o'' = e_1'' + e_2'' < 0$. Por consecuencia la condición $o'(s) = 0$ es necesaria y suficiente para un óptimo (interior)[5]. Para la clase de economías clásicas E_c la correspondencia de optimalidad viene dada por:

$$\Theta(e_1, e_2) = \{s \in I : e_1'(s) = -e_2'(s)\}$$

4. La formalización de las limitaciones de la comunicación en términos de la dimensión del espacio de mensajes se utiliza cuando se supone que éste es un espacio lineal topológico. Definimos la dimensión de un conjunto como la dimensión del menor espacio lineal que lo contiene. En el caso más general de espacios topológicos se recurre a la noción de "tamaño" del espacio de mensajes (véase Mount y Reiter (1974) y Walker (1975)).

5. En lo que sigue supondremos, para simplificar, que el óptimo se alcanza en un punto de interior de I, $0 < s < 1$. En caso contrario, la caracterización de los óptimos debe hacerse en términos de las desigualdades de Kuhn-Tucker y la formulación de los mecanismos es ligeramente más compleja.

La hipótesis de concavidad estricta garantiza además que el óptimo es único. El centro de planificación, no obstante ignora cuáles son las características concretas de las empresas. Cada empresa conoce perfectamente sus posibilidades tecnológicas (su función de producción), pero ignora las de la otra.

Supongamos que se adopta un sistema económico basado en el mecanismo competitivo. Las empresas emiten mensajes que consisten en asignaciones propuestas, $m_i = s$ para $i = 1,2$. Los lenguajes utilizados por ellas son pues $L_1 = L_2 = I$. Los mensajes emitidos por el centro de planificación son precios del trabajo, $m_3 = w$. Por tanto, el lenguaje utilizado por el centro es $L_3 = R_+$. El mecanismo competitivo utiliza pues un espacio de mensaje tridimensional $M_W = I \times I \times R_+$.

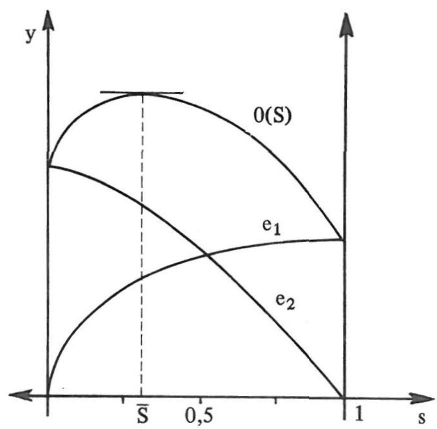

FIGURA 4

Pasemos ahora a la descripción de las funciones de respuesta. Las empresas deben tomar el precio recibido como mensaje y responder comunicando la asignación de trabajo que maximiza su beneficio a dicho precio (el output se toma como numerario). Para emitir su mensaje, la empresa debe resolver el problema de maximizar la función de beneficio $\pi_1(s) = e_1(s) - ws$. Como el maximando es una función estrictamente cóncava, la condición necesaria y suficiente para que $\bar{s}$ sea una solución de dicho problema es $e_1'(\bar{s}) = w$. Por tanto, la función de respuesta de la primera empresa será:

$$m_1(t+1) = f_w^1[m(t); e_1] = \left\{\bar{s} \in I : e_1'(\bar{s}) = m_3(t)\right\}$$

Análogamente, la empresa 2 debe maximizar su función de beneficio, $\pi_2(s) = e_2(s) - w(1 - s)$, por lo que su función de respuesta será:

$$m_2(t+1) = f_W^2[m(t); e_2] = \left\{\bar{s} \in I : -e_2'(\bar{s}) = m_3(t)\right\}$$

donde $m_3(t)$ es el mensaje emitido por el centro en el momento t, que consiste en el precio del trabajo, w. Finalmente, el centro aumentará o disminuirá el precio del trabajo según haya un exceso de demanda positivo o negativo. Si $m_1(t) > m_2(t)$ significa que $x_1 > 1 - x_2$, es decir, $x_1 + x_2 > 1$, por lo que habrá exceso de demanda y habrá que aumentar w. La función de respuesta del centro de planificación será:

$$m_3(t+1) = f_W^3 \, [m(t)] = m_3(t) + \alpha \, [m_1(t) - m_2(t)]$$

donde $\alpha > 0$. Con esto quedan definidas las funciones de respuesta, $f_W = (f_W^1, f_W^2, f_W^3)$ del mecanismo competitivo. Sea $m = (m_1, m_2, m_3)$ un mensaje de equilibrio. La función de resultados h_W establece entonces que la asignación de recursos que debe tener lugar es la indicada por el mensaje de equilibrio del primer agente.

$$h_W(\bar{m}_1, \bar{m}_2, \bar{m}_3) = \bar{m}_1$$

El mecanismo competitivo queda completamente especificado por la terna $\Pi_w = (M_W, f_W, h_W)$. Vamos a comprobar ahora que el mecanismo es eficiente para la clase de economías clásicas E_c. Sea $\tilde{m} = (\tilde{m}_1, \tilde{m}_2, \tilde{m}_3) = (\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \tilde{w})$ un mensaje de equilibrio para la economía $e \in E_c$. Por definición de mensaje de equilibrio, y en virtud de la naturaleza de las funciones de respuesta f_W tendremos:

$$f_W^1(\tilde{m}; e_1) = \tilde{s}_1 \text{ y } e_1'(\tilde{s}) = \tilde{w} \tag{2}$$

$$f_W^2(\tilde{m}; e_2) = \tilde{s}_2 \text{ y } e_2'(\tilde{s}) = \tilde{w} \tag{3}$$

$$f_W^3(\tilde{m}) = \tilde{w} = \tilde{w} + \alpha\,(\tilde{s}_1 - \tilde{s}_2) \tag{4}$$

De (4) se sigue inmediatamente que $\tilde{s}_1 = \tilde{s}_2$. El mensaje de equilibrio será pues de la forma $m = (\tilde{s}, \tilde{s}, \tilde{w})$ y la asignación de recursos que resulta del funcionamiento del mecanismo será $s = h_W(\tilde{s}, \tilde{s}, \tilde{w})$. Ahora bien, de (2) y (3) se sigue que $e_1'(\tilde{s}) = -e_2'(\tilde{s})$ y, por tanto, el punto s satisface las condiciones necesarias y suficientes para un óptimo social. Por consecuencia, $h(\tilde{m}) = \tilde{s} \in \Theta(e_1, e_2)$; el mecanismo competitivo es eficiente para la clase de economías clásicas.

La clase de economías E_c es un espacio de dimensión infinita cuyos elementos son funciones. Ello da una idea de la cantidad de información que es necesario transmitir y acumular para proceder a la resolución centralizada del problema. Sin embargo, utilizando el mecanismo competitivo, basta un espacio de mensajes tridimensional para transmitir la información que se precisa para alcanzar el objetivo de eficiencia. ¿Es posible conseguir dicho objetivo con un espacio de mensajes de dimensión inferior?. La respuesta es afirmativa. En efecto, existen maneras de formalizar el mecanismo competitivo sin necesidad de recurrir a un tercer agente (el subastador o el centro de planificación), lo cual permite reducir la cantidad de información transmitida[6].

6. En el caso de economías más complejas que incluyen más agentes y consideraciones relativas a la esfera del consumo se produce un fenómeno semejante. Para formulaciones alternativas del mecanismo competitivo con o sin subastador, véase Hurwicz (1976).

Pasemos pues a la descripción de la versión B del mecanismo competitivo. Los mensajes emitidos por la primera empresa son asignaciones de trabajo, $m_1 = s$. El lenguaje de la primera empresa será entonces $L_1 = I$. Los mensajes de la segunda empresa son precios, $m_2 = w$, y su lenguaje será $L_2 = R_+$. El espacio de mensajes de la versión B del mecanismo competitivo es bidimensional, $M_B = I \times R_+$.

La empresa 1, una vez recibido el mensaje que indica el precio, responde comunicando la asignación de trabajo $s \in I$ que maximiza su beneficio. Formalmente,

$$m_1 (t+1) = f_B^1 \; [m(t); e_1] = \{s \in I : e_1' (s) = m_2 (t)\}$$

La empresa 2 ajusta el precio w, aumentando o disminuyendo su valor según el exceso de demanda sea positivo o negativo. Para ello, conociendo los valores de $m_1 (t) = s$ y $m_2 (t) = w$, calcula en primer lugar el valor de s que maximiza su beneficio, es decir, el valor de s tal que $-e_2' (s) = m_2(t)$. Dicho valor depende de e_2 y de $m_2(t)$, $s = g(e_2, m_2 (t))$. Su función de respuesta será entonces.

$$m_2 (t+1) = f_B^2 \; [m(t); e_2] = m_2 (t) + \alpha \, [m_1 (t) - g(e_2, m_2 (t))]$$

Tendremos pues, $f_B = (f_B^1, f_B^2)$. Finalmente, dado un mensaje de equilibrio, $m = (m_1, m_2)$, la función de resultados establece que debe procederse a implementar la asignación de recursos indicada por el mensaje de equilibrio del primer agente, $h_B (m_1, m_2) = m_1$. Esto completa la descripción de la versión B del mecanismo competitivo, $\Pi_B = (M_B, f_B, h_B)$.

Por procedimientos análogos al caso anterior, es inmediato demostrar que toda solución del mecanismo es óptima. Un espacio de mensajes bidimensional es suficiente para garantizar la eficiencia del mecanismo para la clase de economías clásicas.

V. LA EFICIENCIA INFORMACIONAL DEL MECANISMO COMPETITIVO

El mecanismo competitivo es decisivo y eficiente para E_c y para ello le basta un espacio de mensaje bidimensional. Se plantea entonces la cuestión de si el mecanismo competitivo es informacionalmente eficiente. En otras palabras, ¿existe algún otro mecanismo que sea decisivo y eficiente para E_c y que utilice un espacio de mensajes de dimensión inferior a dos?[7]. Demostraremos que la respuesta es negativa. En efecto, sea $\Pi = (M, f, h)$ un mecanismo cualquiera que sea decisivo y eficiente para la clase de economías E_c. Consideremos una subclase de economías $\bar{E} \subseteq E_c$. Evidentemente, el mecanismo también debe funcionar satisfactoriamente en la subclase $\bar{E}$. Si el mecanismo es decisivo, para toda economía $e \in E$ existe por lo menos

7. Cuestiones de naturaleza análoga han sido estudiadas en Mount y Reiter (1974), Hurwicz (1976), Sonnenschein (1974) y Osana (1976a).

un mensaje de equilibrio $\tilde{m} \in M$ tal que $f(\tilde{m}; e) = \tilde{m}$. Construiremos $\bar{E}$ de tal forma que, si el mecanismo es eficiente, debe atribuir a cada economía $e \in \bar{E}$ un mensaje de equilibrio distinto y, por tanto, el espacio de mensajes debe ser suficientemente "rico" como para identificar cada elemento de $\bar{E}$. De este modo, la dimensión de la subclase de economías $\bar{E}$ es una cota inferior de la dimensión del espacio de mensajes de todo mecanismo que sea decisivo y eficiente para E_c.

Procedamos pues a construir una subclase de economías $\bar{E} \subseteq E_c$. Sean

$$\bar{E}^1 = \{e_1 \in E_c^1 \ : e_1(s) = s^{1/2} + a_1 s, a_1 \geqslant 0\}$$
$$\bar{E}^2 = \{e_2 \in E_c^2 \ : e_2(s) = (1-s)^{1/2} + a_2 \geqslant 0\}$$
$$\bar{E} = \bar{E} \times \bar{E}^2$$

En la subclase de economías $\bar{E}$ que acabamos de definir las funciones de producción de ambas empresas tienen una forma muy concreta y lo único que puede variar son los parámetros a_1 y a_2. La subclase $\bar{E}$ es por tanto bidimensional.

Sean $\bar{e} = (\bar{e}_1, \bar{e}_2)$ y $\tilde{e} = (\tilde{e}_1, \tilde{e}_2)$ dos economías de la subclase $\bar{E}$. Demostraremos que si ambas utilizan un mismo mensaje de equilibrio $\bar{m}$ entonces $\bar{e} = \tilde{e}$, es decir, economías distintas utilizan mensajes distinto. Si $\bar{m}$ es un mensaje de equilibrio para $\bar{e}$ se cumple:

$$f^1(\bar{m}, \bar{e}_1) = \bar{m}_1 \tag{5}$$
$$f^2(\bar{m}, \bar{e}_2) = \bar{m}_2 \tag{6}$$

Análogamente, si $\bar{m}$ es un mensaje de equilibrio para $\tilde{e}$ se cumple:

$$f^1(\bar{m}, \tilde{e}_1) = \bar{m}_1 \tag{7}$$
$$f^2(\bar{m}, \tilde{e}_2) = \bar{m}_2 \tag{8}$$

Sea $\bar{s} = h(\bar{m})$ la asignación que corresponde al mensaje de equilibrio $\bar{m}$ según la función de resultados. Como el mecanismo es eficiente debe cumplirse $\bar{s} \in \Theta(\bar{e}_1, \bar{e}_2)$, y $\bar{s} \in \Theta(\tilde{e}_1, \tilde{e}_2)$, es decir, la asignación $\bar{s}$ debe ser óptima para las dos economías $\bar{e}$ y $\tilde{e}$. Por otra parte, de (5) y (8) se sigue que $\bar{m}$ es también un mensaje de equilibrio para la economía "híbrida" $(\bar{e}_1, \tilde{e}_2)$ que, por supuesto, pertenece a $\bar{E}$. Análogamente, de (6) y (7) se sigue que m es también un mensaje de equilibrio para la otra economía "híbrida" $(\tilde{e}_1, \bar{e}_2) \in \bar{E}$. Como el mecanismo es eficiente, y como $\bar{s} = h(\bar{m})$, tendremos entonces que la asignación s también debe ser óptima para las dos economías híbridas. Llegamos pues a una conclusión preliminar.

Proposición 1 Sea Π un mecanismo decisivo y eficiente para una cierta clase de economías $E^1 \times E^2$. Si $\bar{m}$ es un mensaje de equilibrio para dos economías $\bar{e} = (\bar{e}_1, \bar{e}_2)$ y $\tilde{e} = (\tilde{e}_1, \tilde{e}_2)$ y si $\bar{s} = h(\bar{m})$ entonces

$$\bar{s} \in \Theta(\bar{e}_1, \bar{e}_2) \tag{9}$$

$$\bar{s} \in \Theta(\tilde{e}_1, \tilde{e}_2) \tag{10}$$

$$\bar{s} \in \Theta(\bar{e}_1, \tilde{e}_2) \tag{11}$$

$$\bar{s} \in \Theta(\tilde{e}_1, \bar{e}_2) \tag{12}$$

Ahora bien, si $\bar{e} \in \bar{E}$ tendremos que, por definición, $\bar{e}_1(s) = s^{1/2} + \bar{a}_1 s$ y $\bar{e}_2(s) = (1\text{-}s)^{1/2} + \bar{a}_2 s$. Por tanto, $\bar{e}_1' = \frac{1}{2} s^{-1/2} + \bar{a}_1$ y $\bar{e}_2'(s) = -\frac{1}{2}(1\text{-}s)^{-1/2} - \bar{a}_2$. De modo similar, si $\tilde{e} \in \bar{E}$, tendremos que $\tilde{e}_1(s) = s^{1/2} + \tilde{a}_1 s$ y $\tilde{e}_2(s) = (1\text{-}s)^{1/2} + \tilde{a}_2 s$. Por tanto, $\tilde{e}_1'(s) = \frac{1}{2} s^{-1/2} + \tilde{a}_1$ y $\tilde{e}_2'(s) = -\frac{1}{2}(1\text{-}s)^{-1/2} - \tilde{a}_2$. Recordando que en la clase de economías clásica E_c – en la que se cumplen las condiciones apropiadas de convexidad – la condición necesaria y suficiente para un óptimo es la igualdad de los productos marginales, es decir, $\Theta(e_1, e_2) = \left\{ s \in I : e_1'(s) = -e_2'(s) \right\}$, podemos reescribir (9) - (12) de la forma siguiente:

$$\frac{1}{2} s^{-1/2} + \bar{a}_1 = 1/2\,(1\text{-}s)^{-1/2} + \bar{a}_2 \tag{13}$$

$$\frac{1}{2} s^{-1/2} + \tilde{a}_1 = 1/2\,(1\text{-}s)^{-1/2} + \tilde{a}_2 \tag{14}$$

$$\frac{1}{2} s^{-1/2} + \bar{a}_1 = 1/2\,(1\text{-}s)^{-1/2} + \tilde{a}_2^2 \tag{15}$$

$$\frac{1}{2} s^{-1/2} + \tilde{a}_1 = 1/2\,(1\text{-}s)^{-1/2} + \bar{a}_2 \tag{16}$$

De (13) y (16) se sigue $\bar{a}_1 = \tilde{a}_1$. Las igualdades (13) y (15) implican $\bar{a}_2 = \tilde{a}_2$. Por consecuencia, $\bar{e} = \tilde{e}$, como queríamos demostrar.

Hemos demostrado pues que todo mecanismo que sea decisivo y eficiente para la clase de economías clásicas E_c debe utilizar un espacio de mensajes que contenga por lo menos tantos elementos como la subclase de economías $\bar{E}$. Como $\bar{E}$ es una subclase bidimensional, es posible demostrar que, si se cumplen ciertas condiciones de regularidad, la dimensión del espacio de mensajes no puede ser inferior a dos.

Proposición 2 La versión B del mecanismo competitivo es informacionalmente eficiente en la clase de economías clásicas E_c.

VI. ASIGNACION DE RECURSOS EN ECONOMIAS NO CONVEXAS: EL MECANISMO C

El mecanismo competitivo, y la extraordinaria simplificación de los flujos de información que su utilización supone, sólo son posibles si se cumplen ciertas condiciones: conjuntos de producción convexos, ausencia de efectos externos y bienes públicos, etc. Supongamos que las empresas tienen funciones de producción con rendimientos crecientes (es decir, conjuntos de producción no convexos). ¿Es posible diseñar un mecanismo descentralizado y eficiente en este caso?. El mecanismo C, además de proporcionar una respuesta parcial a esta cuestión, constituye un buen ejemplo para ilustrar la posibilidad de mecanismos en los que los precios no juegan ningún papel. El mecanismo C funciona muy mal en la clase de economías clásicas, pero da buenos resultados en una clase particular de economías con rendimientos crecientes. Consideremos la clase de economías $E_a = E_a^1 \times E_a^2$ definida por:

$$E_a^1 = \left\{ e_1 \in E^1 : e_1'' > 0 \right\}$$
$$E_a^2 = \left\{ e_2 \in E^2 : e_2'' > 0 \right\}$$

Las funciones de producción de ambas empresas son convexas y presentan, por tanto, rendimientos a escala crecientes. Consecuentemente, la función de output total $o(s) = e_1(s) + e_2(s)$ también será estrictamente convexa, puesto que $o'' = e_1'' + e_2'' > 0$. Cuando $e \in E_a$ tendremos la situación representada en la figura 5. En estas condiciones, el único punto crítico, si existe, será un mínimo. Como o(s) es una función contínua definida en un intervalo compacto, el máximo existe. Este no se puede alcanzar en un punto interior puesto que, como ya hemos indicado, todo punto crítico es un mínimo. Ello significa que el máximo se alcanzará en uno de los puntos extremos de I ($s = 0$ o $s = 1$), es decir, todo el trabajo debe asignarse a una sola empresa.

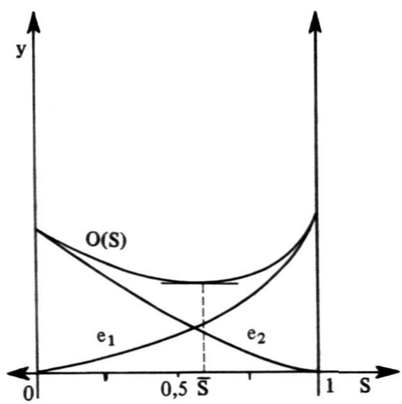

FIGURA 5

En el mecanismo C los mensajes consisten en niveles de output, por lo que los lenguajes serán $L_1 = L_2 = R+$. Las empresas comunican los niveles de output que pueden obtener cuando se les asigna todo el trabajo de la economía. Las funciones de respuesta serán:

$$m_1(t+1) = f_C^1 \, [m(t); e_1] = e_1(1)$$
$$m_2(t+1) = f_C^2 \, [m(t); e_2] = e_2(0)$$

El espacio de mensajes es bidimensional, $M_C = R+ \times R+$. Las funciones de respuesta son $f_C = (f_C^1, f_C^2)$. El mensaje de equilibrio $\tilde{m}$ correspondiente a la economía

$e = (e_1, e_2) \in E_a$ será $\tilde{m} = (e_1(1), e_2(0))$. A partir de esta información es posible determinar cual es la empresa que producirá un output mayor si se le asigna todo el trabajo existente. La función de resultados vendrá dada por:

$$h_C(\tilde{m}) = \begin{cases} 1 \text{ si } e_1(1) \geqslant e_2(0) \\ 0 \text{ si } e_1(1) < e_2(0) \end{cases}$$

Esto completa la especificación del mecanismo C, $\Pi_C = (M_C, f_C, h_C)$. Es inmediato comprobar que el mecanismo C es decisivo y eficiente para la clase de economías E_a puesto que, de hecho, a través de la función de resultados, se comparan directamente los niveles de output correspondientes a las dos únicas asignaciones de trabajo que pueden ser óptimas.

El mecanismo C puede generalizarse a una economía productiva con n factores no producidos[8]. Sin embargo, mientras que en el caso del mecanismo competitivo la dimensión del espacio de mensajes crece de modo proporcional con el número de factores, en el mecanismo C este crecimiento es de carácter exponencial. Por otra parte, el mecanismo C es decisivo pero no eficiente para la clase de economías clásicas E_c. Así, en el ejemplo representado en la figura 3 (sección 2), la utilización del mecanismo produciría un mensaje de equilibrio $\tilde{m} = (e_1(1), e_2(0)) = (2,2)$ por lo que la asignación de trabajo sería $h(2,2) = 1$ y se obtendría un output total $o(1) = 2$. Sin embargo, ya hemos visto que el óptimo se alcanza en $s = 3/4$.

VII. ASIGNACION DE RECURSOS EN ECONOMIAS NO CONVEXAS: EL MECANISMO DE HEAL

El mecanismo competitivo y el mecanismo C funcionan satisfactoriamente en dos clases de economías disjuntas, E_c y E_a respectivamente. Heal (1970) propuso un mecanismo diseñado para cubrir no sólo la clase de economías clásica E_c, sino también la clase de economías con rendimientos crecientes E_a. Supongamos que la empresa 2 tiene una función de producción clásica, $e_2 \in E_c^2$, mientras que la empresa 1 presenta rencimientos a escala crecientes, $e_1 \in E_a^1$. La clase de economías considerada es pues $E_m = E_a^1 \times E_c^2$.

La primera observación importante es que, para esta clase de economías, la función de output total, $o(s) = e_1(s) + e_2(s)$ ya no es necesariamente cóncava o convexa. De hecho, es posible demostrar que puede tener un número de puntos críticos tan grande como se desee[9]. La situación típica será la representada en la figura 6.

8. Para una formulación completa del mecanismo C véase Calsamiglia (1975a).

9. En Calsamiglia (1975a) se demuestra que dada una función arbitraria $e \in C^2(I)$ – con tantos puntos críticos como se deseen– siempre es posible hallar dos funciones $e_1 \in E_a^1$ y $e_2 \in E_c^2$ tales que $e = e_1 + e_2$.

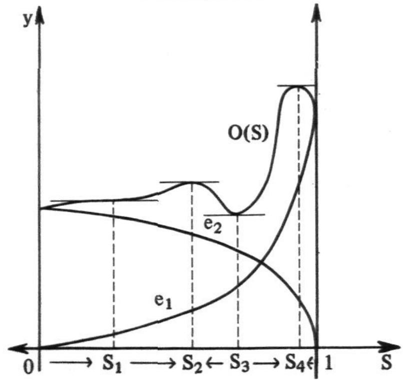

FIGURA 6

En el mecanismo de Heal existen tres agentes: las dos empresas y un centro de planificación cuya función de producción es e_3 (s) = 0 para todo s $\in$ I. Las empresas envían mensajes que consisten en productividades marginales, $m_1 = e_1'$ (s) y $m_2 = -e_2'$ (s). Sus lenguajes son $L_1 = L_2 = R_+$. El centro de planificación, por su parte, emite mensajes que consisten en asignaciones de trabajo, m_3 = s, y su lenguaje es L_3 = I. El mecanismo de Heal utiliza pues un espacio de mensajes tridimensional, $M_H = R_+ \times R_+ \times I$. El mensaje típico es de la forma $m = (m_1, m_2, m_3) = [e_1'(s), e_2'(s), s]$. Las empresas, cuando reciben como mensaje una asignación de trabajo, responden comunicando sus productividades marginales. Las funciones de respuesta de las empresas son:

$$m_1 (t+1) = f_H^1 [m(t); e_1] = e_1' (m_3 (t))$$
$$m_2 (t+1) = f_H^2 [m(t); e_2] = e_2' (m_3 (t))$$

El centro responde aumentando (disminuyendo) la cantidad de trabajo asignada a la empresa 1 si su productividad marginal es mayor (menor) que la de la empresa 2. Formalmente.

$$m_3 (t+1) = f_H^3 [m(t); e_3] = m_3 (t) + \alpha [m_1 (t) - m_2 (t)]$$

donde $\alpha > 0$. Una vez alcanzado el mensaje de equilibrio, la función de resultados establece que la asignación de trabajo que constituye la solución del mecanismo es el mensaje de equilibrio emitido por el centro,

$$h_H (m_1, m_2, m_3) = m_3$$

Esto completa la descripción del mecanismo de Heal, $\Pi_H = (M_H, f_H, h_H)$. Obsérvese que $\bar{m} = (\bar{m}_1, \bar{m}_2, \bar{m}_3)$ es un mensaje de equilibrio para $e = (e_1, e_2)$ si y solo si $\bar{m}_3 = \bar{s}$ y $e_1'(s) + e_2'(\bar{s}) = 0$, lo cual es una condición necesaria, aunque no suficiente, para un máximo de la función o (s) = e_1 (s) + e_2 (s). Esto significa que todo punto crítico de la función o (s) es una solución del mecanismo. Así, por ejemplo, los puntos s_1, s_2, s_3 y s_4 de la figura 6 son todos ellos soluciones del mecanismo de Heal[10]. Si bien es cierto que el mecanismo tiene buenas propiedades de convergencia, el hecho es que no garantiza en absoluto que se alcance un óptimo global: el mecanismo de Heal es ineficiente en economías no convexas.

VIII. REQUERIMIENTOS INFORMACIONALES EN ECONOMIAS NO CONVEXAS

Las observaciones que hemos hecho acerca del mecanismo de Heal pueden aplicarse también, con ciertas cualificaciones, a otros mecanismos diseñados para economías no convexas como, por ejemplo, los mecanismos de fijación del precio según el coste marginal (Guesnerie (1975), Beato (1976)) o el mecanismo de Arrow y Hurwicz (1960) en el que la cantidad pagada por un producto no es una función lineal de la cantidad comprada. La conclusión no es sorprendente: dichos mecanismos pretenden funcionar satisfactoriamente en clases de economías muy amplias, que incluyen las economías clásicas, utilizando espacios de mensajes de dimensión similar a la del mecanismo competitivo. Si se intenta ampliar la clase de economías sobre las que funciona un mecanismo descentralizado, cabe esperar que sea necesario aumentar los requerimientos informacionales. La cuestión crucial consiste en determinar en qué medida hay que aumentarlos.

Hemos visto que los mecanismos existentes, que utilizan espacios de mensajes de dos y tres dimensiones, no son eficientes. Sin embargo, cabe la posibilidad de que existan mecanismos satisfactorios en los que las empresas, además de proporcionar información acerca de sus demandas de inputs a ciertos precios o de sus productividades marginales, transmitan información acerca de derivadas de orden superior de su función de producción, de algún índice apropiado del grado de no convexidad, de los niveles de output en algunos puntos o cualquier tipo de información que uno pueda imaginar. En este caso, los mensajes emitidos serían vectores de dimensión superior, aumentando los requerimientos informacionales. ¿Existe algún mecanismo con un espacio de mensajes de dimensión, digamos, quince que sea decisivo y eficiente para la clase de economías E_m ?. En general, ¿cual es la dimensión mínima del espacio de mensajes de un mecanismo que sea decisivo y eficiente para una clase de economías no necesariamente convexas que contenga la clase de economías clásicas?. En lo que sigue trataremos de dar una respuesta a esta cuestión[11].

Sea $\Pi = (M, f, h)$ un mecanismo decisivo y eficiente para la clase de economías E_m (o cualquier otra clase que la contenga). Consideremos ahora una subclase de economías $E^* \subseteq E_m$ formada por todos aquellos pares de funciones $(e_1, e_2) \in E$

10. Obsérvese que algunos son máximos locales, otros mínimos locales e incluso hay un punto de inflexión. Las flechas de la figura indican las direcciones de convergencia del proceso de Heal.

11. Cuestiones de esta naturaleza han sido estudiadas en Hurwicz (1972), Calsamiglia (1975b), (1977).

cuya suma de una función de output total horizontal igual a la unidad [12]. Formalmente,

$$E^* = \left\{(e_1, e_2) \in E_m : \forall\, s \in I, e_1(s) + e_2(s) = 1\right\}$$

En el caso de una economía $e \in E^*$, tendremos la situación representada en la figura 7. Esto significa que la dimensión de E^* es igual a la dimensión de E_a^1, es decir, la dimensión de E^* es infinita [13]. En efecto, basta especificar una función $e_1 \in E_a^1$ para que la otra función quede perfectamente determinada, $e_2 = 1 - e_1$. En términos gráficos, dada una función convexa cualquiera tal que $e_1(0) = 0$ y $e_1(1) = 1$, para que (e_1, e_2) pertenezca a la subclase E^*, e_2 tiene que ser simétrica a e_1, siendo la línea horizontal de ordenada 1/2 el eje de simetría. Es evidente que

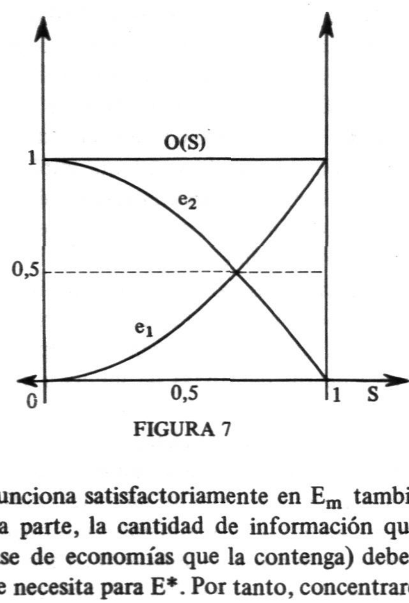

FIGURA 7

si el mecanismo Π funciona satisfactoriamente en E_m también debe hacerlo en la subclase E^*. Por otra parte, la cantidad de información que se necesita para E_m (o cualquier otra clase de economías que la contenga) debe ser por lo menos tan grande como la que se necesita para E^*. Por tanto, concentraremos nuestra atención en la subclase de economías E^* : la dimensión del espacio de mensajes necesaria para ésta, será una cota inferior de los requerimientos informacionales de la clase E_m. El primer resultado que vamos a enunciar es el siguiente:

12. Es inmediato comprobar que si la clase considerada es E_m la subclase E^* no es vacía. Sería vacía si considerásemos la clase de conomías clásicas, lo cual explica por qué el argumento que sigue no puede aplicarse a la clase E_c.

13. En rigor, la dimensión de E^* es igual a la dimensión del conjunto de todas las funciones positivas y convexas que pasan por los puntos (0,0) y (1,1). Es bien sabido que la dimensión de este conjunto es infinita.

Proposición 3 Si Π es un mecanismo decisivo y eficiente para la clase de economías E_m, entonces cada economía de la subclase E^* necesita un mensaje de equilibrio distinto.

Una vez demostrada la proposición 3, resulta evidente que el espacio de mensajes de Π debe ser suficientemente rico como para poder discriminar entre los distintos elementos de E^*. Como E^* es un espacio funcional de dimensión infinita, podemos concluir entonces que la dimensión del espacio de mensajes debe ser también infinita[14]. Esto nos permite enunciar:

Proposición 4 Todo mecanismo decisivo y eficiente para una clase de economías que contenga a E_m debe utilizar un espacio de mensajes de dimensión infinita.

Pasemos ahora a la demostración de la proposición 3. Sean $\bar{e} = (\bar{e}_1, \bar{e}_2)$ y $\tilde{e} = (\tilde{e}_1, \tilde{e}_2)$ dos economías cualesquiera de la clase E^* y supongamos que ambas utilizan el mismo mensaje de equilibro $\bar{m} \in M$. Demostraremos por reducción al absurdo que las dos economías deben ser iguales, $\bar{e} = \tilde{e}$. Sea e la asignación de trabajo que corresponde al mensaje de equilibrio $\bar{m}$ según la función de resultados, $\bar{s} = h(\bar{m})$. En virtud de la proposición 1, si el mecanismo es eficiente la asignación $\bar{s}$ debe ser óptima, no sólo para las dos economías $(\bar{e}_1, \bar{e}_2)$ y $(\tilde{e}_1, \tilde{e}_2)$, sino también para las dos economías híbridas $(\bar{e}_1, \tilde{e}_2)$ y $(\tilde{e}_1, \bar{e}_2)$.

Obsérvese, por otra parte, que como $\bar{e}_1(0) = \tilde{e}_1(0) = 0$, por la definición de E^* deberá cumplirse $\bar{e}_2(0) = \tilde{e}_2(0) = 1$. Si la asignación $\bar{s}$ es óptima para la economía híbrida $(\tilde{e}_1, \bar{e}_2)$ entonces deberá cumplirse

$$\tilde{e}_1(\bar{s}) + \bar{e}_2(\bar{s}) \geqslant \tilde{e}_1(0) + \bar{e}_2(0) = 1 \tag{17}$$

Supongamos ahora que $\tilde{e} \neq \bar{e}$. Veremos que este supuesto nos lleva a una contradicción. Si las dos economías son distintas, existe algún punto $\hat{s}$ tal que $\tilde{e}_1(\hat{s}) \neq \bar{e}_1(\hat{s})$. Supongamos, sin pérdida de generalidad, que $\tilde{e}_1(\hat{s}) < \bar{e}_1(\hat{s})$. Como $\tilde{e}_1(\hat{s}) = 1 - \tilde{e}_2(\hat{s})$, mediante la oportuna sustitución tendremos $\bar{e}_1(\hat{s}) > 1 - \tilde{e}_2(\hat{s})$, lo cual implica que la función de output total correspondiente a la economía $(\bar{e}_1, \tilde{e}_2)$ alcanza en algún punto un valor superior a la unidad, $\bar{e}_1(\hat{s}) + \tilde{e}_2(\hat{s}) > 1$. Esta primera conclusión preliminar puede ilustrarse gráficamente en la figura 8. Por construcción de la subclase E^*, $\bar{e}_1$ y $\bar{e}_2$ son simétricas con respecto al eje $y = 1/2$. Lo mismo ocurre entre $\tilde{e}_1$ y $\tilde{e}_2$. Resulta entonces que si las dos economías son distintas, para una de las economías híbridas (la formada por e_1 y e_2 en el caso representado en la figura) existe un punto $\hat{s}$ en el cual las dos funciones están por encima del eje $y = 1/2$, lo cual significa que el output total en dicho punto es superior a la unidad. El segundo hecho importante, que utilizaremos luego, es que en dicho punto $\hat{s}$ el output total de la otra economía híbrida es inferior a la unidad puesto que tanto $\tilde{e}_1$ como $\bar{e}_2$ tienen que estar por debajo del eje $y = 1/2$. La función o (s) de la figura 8 *no* es pues la función de output total correspondiente a las economías híbridas.

14. La demostración de esta última afirmación no es elemental y requiere matemáticas profundas, razón por la cual no la expondremos aquí. El lector interesado puede consultar Calsamiglia (1977).

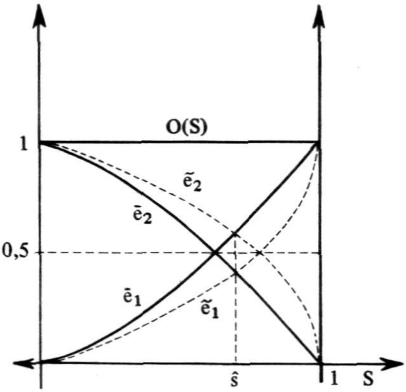

FIGURA 8

Sigamos con el argumento. Ya hemos dicho antes que la asignación s era óptima para la economía $(\bar{e}_1, \tilde{e}_2)$. Ello implica que el nivel de output alcanzado en dicho punto es por lo menos tan elevado como el alcanzado en $\hat{s}$ y, por tanto, es superior a la unidad:

$$\bar{e}_1(\bar{s}) + \tilde{e}_2(\bar{s}) \geqslant \bar{e}_1(\hat{s}) + \tilde{e}_2(\hat{s}) > 1 \tag{18}$$

Veremos ahora que el nivel de output alcanzado por la otra economía híbrida $(\tilde{e}_1, \bar{e}_2)$ en el punto $\bar{s}$ es inferior a la unidad. En efecto, como $\bar{e}_1(\bar{s}) = 1 - \bar{e}_2(\bar{s})$ y $\tilde{e}_2(\bar{s}) = 1 - \tilde{e}_1(\bar{s})$ obtenemos por sustitución en (18), $1 - \bar{e}_2(\bar{s}) + 1 - \tilde{e}_1(\bar{s}) > 1$, lo cual implica

$$\tilde{e}_1(\bar{s}) + \bar{e}_2(\bar{s}) < 1$$

Esta última desigualdad contradice la eficiencia del mecanismo pues es incompatible con (17). Esto concluye la demostración.

Se han diseñado mecanismos que asignan los recursos eficientemente en amplias clases de economías no necesariamente convexas (Hurwicz (1960), Hurwicz, Radner y Reiter (1975), Kanemitsu (1975), Osana (1976b)). Todos ellos, no obstante, utilizan espacios de mensajes de dimensión infinita. La proposición 4 implica que si se exige que los mensajes sean vectores de dimensión finita habrá que adoptar una de las vías siguientes:

a) Postular que los agentes conocen algunas de las características de los demás[15]. En este sentido, una interesante cuestión –todavía inexplorada– consiste en determinar cuál es el conocimiento mínimo que debe exigirse a los agentes sobre las características de los demás para que el mecanismo sea decisivo y eficiente.

15. Esto supone la consideración de mecanismos que no son *privacy preserving* en la terminología de Hurwicz.

b) Relajar los requisitos en cuanto a óptimos y conformarse con óptimos de Pareto de carácter local. Esta es la vía adoptada por los mecanismos de gradiente a los que ya nos hemos referido, y tiene el inconveniente de que un óptimo de Pareto local no tiene por que ser eficiente en el sentido de Koopmans[16].

c) Restringir la clase de economías admisibles. Un interesante resultado en esta dirección puede encontrarse en Beato (1976), donde se garantiza la eficiencia en el sentido de Koopmans de las asignaciones que resultan de un mecanismo de fijación de precios según el coste marginal en economías con funciones de producción cuasi-cóncavas (se admiten rendimientos crecientes pero las isocuantas deben ser convexas), sin bienes intermedios y en las que cada bien es producido por una sola empresa.

Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Autónoma de Barcelona

BIBLIOGRAFIA

1. ARROW, K. J. y L. HURWICZ (1960), "Descentralization and Computation in Resource Allocation", en R.W. Pfouts, *Essays in Economics and Econometrics,* University of North Carolina Press, Chapel Hill.
2. BEATO, P. (1976), "Marginal Cost Pricing and Increasing Returns", Tesis Doctora, University of Minnesota.
3. CALSAMIGLIA, X. (1975a), "On the Possibility of Informational Descentralization in Non-Convex Environments", Tesis Doctoral, University of Minnesota.
4. CALSAMIGLIA, X. (1975b), "Descentralized Planning and Increasing Returns", W.P.7.75, Universidad Autónoma de Barcelona. Próxima publicación en el *Journal of Economic Theory.*
5. CALSAMIGLIA, X. (1977), "On the Dimension of the Message Space under Non-Convexities", W.P.16.77, Universidad Autónoma de Barcelona.
6. GUESNERIE, R. (1975), "Pareto Optimality in Non-Convex Economies", *Econometrica.*
7. HAYEK, F. A. Von (1945), "The Use of Knowledge in Society", *American Economic Review.*
8. HEAL, G.M. (1970), "Planning without Prices", *Review of Economic Studies.*
9. HURWICZ, L. (1960), "Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation Processes" en K.J. Arrow, S. Karlin y P. Suppes, *Mathematical Methods in the Social Sciences*, Stanford.
10. HURWICZ, L. (1972), "On the Dimensional Requirements of Informationally Decentralized Pareto-Satisfactory Processes", presentado en la Conferencia sobre Descentralización, Northwestern University, 1972.
11. HURWICZ, L. (1973), "The Design of Mechanisms for Resource Allocation", *American Economic Review*, LXIII.
12. HURWICZ, L. (1976). "On Informational Requirements for Non-Wasteful Resource Allocation Systems", manuscrito no publicado, University of Minnesota.

16. Puede encontrarse un contraejemplo en Calsamiglia (1975b)

13. HURWICZ, L. R. RADNER y S. REITER (1975). "A Stochastic Decentralized Resource Allocation Process", *Econometrica*.
14. KANEMITSU, H. (1975). "A Non-Tâtonnement Adjustment Process with Production and Consumption", presentado en el Tercer Congreso Mundial de la Econometric Society, Toronto.
15. MOUNT, K. y S. REITER (1974), "The Informational Size of Message Spaces", *Journal of Economic Theory*.
16. OSANA, H. (1976a). "Convergent Non-Tâtonnement Resource Allocation Processes for Non-Classical Environments", Discussion Paper N.° 76-64, University of Minnesota.
17. OSANA, H. (1976b); "On the Informational Size of Message Spaces for Resource Allocation Processes" presentado en la Conferencia sobre Descentralización, Northwestern University.
18. REITER, S. (1977). "Information and Performance in the $(\text{New})^2$ Welfare Economics", *American Economic Review*. Febrero de 1977.
19. SONNESCHEIN, H. (1974). "An Axiomatic Characterization of the Price Mechanism". *Econometrica*.
20. WALKER, M. (1975). "On the Informational Size of Message Spaces", Economic Research Bureau, Working Paper N.° 149, State University of New York, Stony Brook.